

Ecuaciones Diferenciales II Examen XVIII

FACULTAD
DE
CIENCIAS
UNIVERSIDAD DE GRANADA



Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas
Universidad de Granada



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

Eres libre de compartir y redistribuir el contenido de esta obra en cualquier medio o formato, siempre y cuando des el crédito adecuado a los autores originales y no persigas fines comerciales.

Ecuaciones Diferenciales II Examen XVIII

Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Granada, 2026

Asignatura Ecuaciones Diferenciales II.

Curso Académico 2025/2026.

Grado Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas.

Grupo Único.

Profesor Rafael Ortega Ríos.

Descripción Convocatoria Ordinaria.

Fecha 12 de junio de 2026.

Ejercicio 1. La solución maximal del problema

$$\dot{x} + \varepsilon \cos x = 1, \quad x(0) = 0$$

se denota por $x(t; \varepsilon)$.

- Prueba que la función $(t, \varepsilon) \in \mathbb{R}^2 \mapsto x(t; \varepsilon) \in \mathbb{R}$ está bien definida y pertenece a la clase $C^1(\mathbb{R}^2)$.
- Calcula $\frac{\partial x}{\partial \varepsilon}(2; 0)$.

Ejercicio 2. Para cada $n \geq 2$ se considera la ecuación

$$x_n(t) = \pi + \frac{1}{n}x_n(0) + \int_0^t \sin x_n(s) ds, \quad t \in [-1, 1].$$

- Demuestra que existe una única solución continua $x_n : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$.
- Calcula, si existe, $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n(t)$ para cada $t \in [-1, 1]$.

Ejercicio 3. Dada una sucesión de funciones $f_n : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ de clase C^1 , se sabe que $\{f_n\}$ converge uniformemente a f y la sucesión de derivadas $\{f'_n\}$ converge uniformemente a g , ¿se puede asegurar que g coincide con f' ?

Ejercicio 4. Se considera el problema de valores iniciales

$$\ddot{x} + 2\dot{x} + \sqrt{1 + \dot{x}^2} - 1 = 0, \quad x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = 1.$$

Demuestra que existe una única solución maximal definida en toda la recta real.

Ejercicio 5. ¿Es estable el equilibrio $x = 0$ para el sistema $x' = Ax$? Se supone

$$A = \begin{bmatrix} -1/2 & -1/2 & 3 \\ 1/2 & -1/2 & 4 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. Una sucesión de funciones $f_n : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ se dice *equi-oscilante* si cumple $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 \exists N \in \mathbb{N} :$

$$|f_n(t) - f_n(s)| < \varepsilon \quad \text{si} \quad |t - s| < \delta, \quad t, s \in [0, 1], \quad n \geq N.$$

- Prueba que si todas las funciones f_n son continuas entonces una sucesión equi-oscilante es también equicontinua.
- Prueba que si $\{f_n\}$ es una sucesión equi-oscilante que converge uniformemente a f , entonces f es continua.